

ФИЗИКА

PHYSICS

УДК 539.183.5

doi: 10.21685/2072-3040-2024-3-7

Вычисление размера позитрония

И. П. Попов

Курганский государственный университет, Курган, Россия

uralakademia@kurganstalmost.ru

Аннотация. *Актуальность и цели.* Установлена достаточно распространенная ошибка в частном случае решения задачи двух тел одинаковой массы, совершающих круговое движение вокруг неподвижного центра их масс, состоящая в том, что радиус вращения находят по формуле, полученной при условиях, которые для материальных точек одинаковой массы не выполняются. Эта ошибка приводит к двукратному уменьшению вычисленного радиуса вращения, что является очень большой погрешностью. Указанная ошибка переносится на атом позитрония, в результате чего его борковский радиус определен существенно некорректно. Целью работы является корректировка значения борковского радиуса позитрония. *Материалы и методы.* При определении борковского радиуса позитрония использован заимствованный из теоретической механики метод решения задачи двух тел, ключевым элементом которого является приведенная масса. В рассматриваемом частном случае методика задачи двух тел является избыточной и с успехом может быть заменена на решение задачи движения одного из тел, движущегося относительно центра масс. *Результаты.* Установлено, что расчетный минимальный радиус позитрония (расстояние от его центра масс, на котором вероятность нахождения электрона/позитрона максимальна) равен четырем, а не двум боровским радиусам водорода, как указано в литературе. *Выводы.* Ошибка в частном случае задачи двух тел привела к ошибке в определении размера позитрония.

Ключевые слова: позитроний, водород, электрон, позитрон, борковский радиус

Для цитирования: Попов И. П. Вычисление размера позитрония // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Физико-математические науки. 2024. № 3. С. 75–85. doi: 10.21685/2072-3040-2024-3-7

Calculating the size of positronium

I.P. Popov

Kurgan State University, Kurgan, Russia

uralakademia@kurganstalmost.ru

Abstract. *Background.* A fairly common error has been established in the particular case of the problem of two bodies of the same mass performing circular motion around a fixed center of their mass, which consists in the fact that the radius of rotation is found using a formula obtained under conditions that are not satisfied for material points of the same mass. This error leads to a twofold decrease in the calculated radius of rotation, which is a very

© Попов И. П., 2024. Контент доступен по лицензии Creative Commons Attribution 4.0 License / This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 License.

large error. This error is transferred to the positronium atom, as a result of which its Bohr radius is determined significantly incorrectly. The purpose of the research is to correct the value of the Bohr radius of positronium. *Materials and methods.* When determining the Bohr radius of positronium, a method for solving the two-body problem was used, borrowed from theoretical mechanics, the key element of which is the reduced mass. In the particular case under consideration, the method of the two-body problem is redundant and can be successfully replaced by solving the problem of the motion of one of the bodies moving relative to the center of mass. *Results.* It has been established that the calculated minimum radius of positronium (the distance from its center of mass at which the probability of finding an electron/positron is maximum) is equal to four, and not two Bohr radii of hydrogen, as indicated in the literature. *Conclusions.* An error in the special case of the two-body problem led to an error in determining the size of positronium.

Keywords: positronium, hydrogen, electron, positron, Bohr radius

For citation: Popov I.P. Calculating the size of positronium. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Povolzhskiy region. Fiziko-matematicheskie nauki* = *University proceedings. Volga region. Physical and mathematical sciences*. 2024;(3):75–85. (In Russ.). doi: 10.21685/2072-3040-2024-3-7

Введение

Состояние вопроса характеризуется цитатой: «Поскольку позитроний является полным структурным аналогом водородного атома, такие его характеристики, как <...> радиус <...> хорошо описываются в рамках простой теории Бора – с заменой приведенной массы $M_H \approx m$ на $M_{Ps} = m/2$. Соответственно <...> боровский радиус позитрония <...> вдвое больше, чем для <...> водорода: $a_{Ps} = 2a_0$ » [1].

При определении боровского радиуса позитрония использован заимствованный из теоретической механики метод решения задачи двух тел, ключевым элементом которого является *приведенная масса* [2].

Далее будет показано, что существует достаточно распространенная ошибка в одном частном случае решения задачи двух тел.

Эта ошибка переносится на атом позитрония, в результате чего его боровский радиус определен существенно некорректно [1, 3, 4].

Целью работы является корректировка значения боровского радиуса позитрония.

Материалы и методы

Предпосылка ошибки в одном частном случае решения задачи двух тел (сама предпосылка ошибочной не является). Указанной предпосылкой является *круговое* движение двух материальных точек с массами m_1 и m_2 вокруг *неподвижного* центра их масс. При этом

$$m_1 \gg m_2. \quad (1)$$

Уравнение движения имеет следующий вид:

$$\mathbf{F}(\mathbf{r}) = m \frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2}, \quad (2)$$

где $\mathbf{F}(\mathbf{r})$ – сила притяжения между материальными точками; $\mathbf{r}$ – вектор смещения; m – приведенная масса;

$$m = \frac{1}{\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2}} = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}.$$

При этом с учетом (1) имеем

$$m \approx m_2. \quad (3)$$

Сила в левой части уравнения (2) равна

$$\mathbf{F} = -\frac{k}{r^3} \mathbf{r}, \quad (4)$$

где k – размерный коэффициент.

Ускорение в правой части уравнения (2) является центростремительным

$$\frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2} = -\frac{v^2}{r^2} \mathbf{r}, \quad (5)$$

где v – линейная скорость одной материальной точки относительно другой.

При этом

$$r \approx r_2, \quad (6)$$

$$v \approx v_2, \quad (7)$$

где r_2 – радиус вращения второй материальной точки относительно центра масс; v_2 – линейная скорость второй материальной точки относительно центра масс.

С учетом выражений (4) и (5) уравнение (2) приобретает вид

$$-\frac{k}{r^3} \mathbf{r} = -m \frac{v^2}{r^2} \mathbf{r},$$

$$\frac{k}{r^3} = m \frac{v^2}{r^2} = m \frac{\omega^2 r^2}{r^2} = m \omega^2. \quad (8)$$

Момент импульса второй материальной точки относительно центра масс равен

$$\mathbf{L} = m_2 r_2^2 \boldsymbol{\omega}_2, \quad (9)$$

$$\boldsymbol{\omega}_2 = \boldsymbol{\omega}. \quad (10)$$

Почленное деление (8) на скалярную запись (9) дает

$$\frac{k}{L r^3} = \frac{m \omega^2}{m_2 r_2^2 \omega_2}. \quad (11)$$

Отсюда с учетом (3), (6) и (10) получаем

$$\omega = \frac{k}{Lr}.$$

Подстановка этого выражения в (8) дает

$$\frac{k}{r^3} = m\omega^2 = m \frac{k^2}{L^2 r^2},$$

отсюда

$$r = \frac{L^2}{km}.$$

С учетом (6) минимальный радиус окружности, за пределы которой не выходит система двух тел, равен

$$r_0 = \frac{L^2}{km}. \quad (12)$$

С учетом (3) имеем

$$r_0 = \frac{L^2}{km_2}. \quad (13)$$

Это соотношение математически изоморфно формуле для боровского радиуса атома водорода (тоже почти равного модулю вектора смещения):

$$a_0 = \frac{4\pi\epsilon_0\hbar^2}{e^2 m_e} = \frac{\hbar^2}{k_H m_e},$$

поскольку $\hbar$ – это момент импульса.

Представленное решение является прототипом для полуклассического определения размера атома водорода [5].

Ошибка в одном частном случае решения задачи двух тел одинаковой массы

$$m_1 = m_2, \quad (14)$$

совершающих *круговое* движение вокруг *неподвижного* центра их масс, состоит в том, что радиус вращения (относительно центра масс) находят по формуле (12), полученной при условиях (1), (3), (6), и (7), которые для материальных точек одинаковой массы **не выполняются**. При этом ошибочная *схема* решения состоит в следующем:

$$m = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} = \frac{m_1}{2} = \frac{m_2}{2}, \quad (15)$$

$$r_0^* = \frac{L^2}{km} = \frac{L^2}{k(m_2/2)} = 2r_0. \quad (16)$$

В соответствии с этой (ошибочной) схемой решения считается, что радиус позитрония тоже в 2 раза больше боровского радиуса водорода [1, 3, 4].

Результаты

Корректное решение задачи двух тел одинаковой массы (совершающих *круговое* движение вокруг неподвижного центра их масс).

Условия (1), (3), (6) и (7) заменяются соответственно на (14), (15) и

$$r_2 = \frac{r}{2}, \quad (17)$$

$$v_2 = \frac{v}{2}. \quad (18)$$

При этом преобразование (11) трансформируется следующим образом:

$$\frac{k}{Lr^3} = \frac{m\omega^2}{m_2 r_2^2 \omega_2} = \frac{m\omega}{(2m)(r/2)^2},$$

$$\omega = \frac{k}{2Lr}.$$

Подстановка этого выражения в (8) дает

$$\frac{k}{r^3} = m\omega^2 = \frac{1}{4} \frac{mk^2}{L^2 r^2},$$

отсюда

$$r = 4 \frac{L^2}{mk}.$$

С учетом (17) и (15) имеем

$$2r_2 = 4 \frac{L^2}{(m_2/2)k},$$

отсюда

$$r_0^{**} = r_2 = 4 \frac{L^2}{km_2} = 4r_0. \quad (19)$$

Это в 2 раза больше, чем (16) (и в 4 раза больше, чем (13)).

Таким образом, упущенная из виду разница между (1), (3), (6) и (7), с одной стороны, и (14), (15), (17) и (18) – с другой, привела к двукратной достаточно распространенной ошибке при определении радиуса системы двух материальных точек одинаковой массы в частном случае решения задачи двух тел (совершающих *круговое* движение вокруг неподвижного центра их масс).

В этой связи радиус позитрония не в 2, а в 4 раза больше боровского радиуса.

Замечание о методике. В задаче двух тел решаются два дифференциальных уравнения:

$$\frac{d^2 \mathbf{r}_{cm}}{dt^2} = 0$$

и (2). Здесь $\mathbf{r}_{cm}$ – радиус-вектор центра масс. Решения этих двух уравнений:

$$\mathbf{r}_1(t) = \mathbf{r}_{cm}(t) + \frac{m_2}{m_1 + m_2} \mathbf{r}(t), \quad \mathbf{r}_2(t) = \mathbf{r}_{cm}(t) - \frac{m_1}{m_1 + m_2} \mathbf{r}(t),$$

где $\mathbf{r}_1$ и $\mathbf{r}_2$ – радиус-векторы тел.

В рассматриваемом частном случае ($m_1 = m_2$) $\mathbf{r}_{cm} = 0$, $\mathbf{r}_1 = -\mathbf{r}_2 = \mathbf{r}/2$, поэтому решения сводятся к тавтологии:

$$\mathbf{r}_1(t) = 0 + \frac{1}{2} \mathbf{r}(t) = \mathbf{r}_1(t), \quad \mathbf{r}_2(t) = 0 - \frac{1}{2} \mathbf{r}(t) = \mathbf{r}_2(t).$$

Из этого следует, что в рассматриваемом частном случае методика задачи двух тел является избыточной и с успехом может быть заменена на решение задачи движения одного из тел, движущегося относительно центра масс. Это позволяет получить более наглядное и очевидное решение без избыточного формализма с приведенной массой и вектором смещения.

Баланс сил по аналогии с (8) имеет вид

$$\frac{k}{(2r_2)^2} = \frac{m_2 v_2^2}{r_2} = m_2 \omega^2 r_2. \quad (20)$$

Почленное деление на скалярную запись (9) дает

$$\frac{k}{L(2r_2)^2} = \frac{m_2 \omega^2 r_2}{m_2 r_2^2 \omega}, \quad \omega = \frac{k}{4Lr_2}.$$

Подстановка этого выражения в (20) дает

$$r_2 = 4 \frac{L^2}{km_2}.$$

Результат совпадает с (19).

Приведенные рассуждения о методике могут не представлять серьезной ценности для классической механики. Однако, как будет показано дальше, они оказываются весьма кстати для квантовой механики.

О размере позитрония

Двукратно уточненное значение радиуса позитрония установлено методами теоретической (классической) механики. Однако позитроний является квантовым объектом, а теоретическая механика квантовой – не указ [6]. Поэтому далее выполняется квантовомеханическое решение. За основу взяты хрестоматийные решения [7]. Последующее изложение ведется в СГС в ее гауссовой форме, как и в указанном источнике.

Уравнение Шредингера для системы двух взаимодействующих частиц (электрона [8] и позитрона) имеет вид

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\psi + U(\mathbf{r})\psi = E\psi, \quad (21)$$

здесь m – приведенная масса (15); $\mathbf{r}$ – вектор смещения.

В решении задачи двух частиц квантовая механика заимствовала у теоретической механики принцип задачи двух тел. В этой связи во избежание двойных стандартов уместно учесть приведенное выше замечание о методике в части нахождения решения задачи двух тел в виде эквивалентного решения для одного из тел, движущегося относительно *неподвижного центра масс*, тем более, что существует достоверное квантовомеханическое решение для случая сферически симметричного силового поля, предполагающее силовой центр *неподвижным*. Последнее особенно важно, поскольку подвижность силового центра (электрического заряда) может приводить к излучению и, следовательно, изменению энергетического баланса [9, 10].

В решении задачи двух частиц (21) рассматривается движение одной из них относительно второй (электрона относительно позитрона или наоборот); использовать метод сферически симметричного силового поля проблематично, поскольку силовой центр в этом случае фактически не является неподвижным (более чем).

Действительно, использование хрестоматийного решения [7] для атома водорода применительно к (21) дает

$$r = \frac{\hbar^2}{me^2} = \frac{\hbar^2}{(m_e/2)me^2} = 2a_0,$$

где a_0 – боровский радиус.

На первый взгляд результат соответствует (16) и [1, 3, 4]. Однако $\mathbf{r}$ – это вектор смещения. Его модуль – это диаметр, а не радиус позитрония. Следовательно, указанное решение приводит к тому, что радиус позитрония равен боровскому радиусу водорода, что неприемлемо.

В этой связи тем более следует учесть приведенное выше замечание о методике и рассматривать движение электрона/позитрона относительно *неподвижного центра масс*.

Сила притяжения между частицами в позитронии равна

$$\frac{e_+e_-}{4\pi\epsilon_0(2r)^2} = \frac{e_+}{4} \frac{e_-}{4\pi\epsilon_0r^2}, \quad (22)$$

где r – расстояние между любой из частиц и центром их масс.

Если гипотетически у позитрония исключить позитрон, а в центре масс *неподвижно* установить гипотетическую частицу с зарядом, равным четверти заряда позитрона (в соответствии с (22)), то электрон не «заметит» подмены и характер его движения не изменится.

В этом случае потенциальная энергия электрона в системе координат, связанной с центром масс, равна

$$U = \int_{\infty}^r \frac{1}{4} \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0r^2} dr = -\frac{1}{4} \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0r}.$$

Единственное отличие рассматриваемой гипотетической системы от атома водорода состоит в том, что ее потенциальная энергия в 4 раза меньше. Следовательно, можно использовать хрестоматийное квантовомеханическое решение для атома водорода [7] с поправкой на уменьшенную вчетверо потенциальную энергию. При этом уравнение Шредингера в полярных координатах примет вид

$$\frac{d^2\psi}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{d\psi}{dr} + \left(\frac{1}{4r} - \beta^2 \right) \psi = 0, \quad (23)$$

где

$$\beta^2 = \frac{2m_e E}{\hbar^2}, \quad q = \frac{2m_e e^2}{\hbar^2}. \quad (24)$$

Волновая функция:

$$\begin{aligned} \psi(r) &= C e^{-r/a}, \\ \frac{d\psi}{dr} &= -\frac{1}{a} C e^{-r/a}, \\ \frac{d^2\psi}{dr^2} &= \frac{1}{a^2} C e^{-r/a}. \end{aligned}$$

Подстановка в (23) дает

$$\begin{aligned} \frac{1}{a^2} C e^{-r/a} - \frac{2}{r} \frac{1}{a} C e^{-r/a} + \left(\frac{1}{4r} - \beta^2 \right) C e^{-r/a} &= 0, \\ \frac{1}{a^2} - \frac{2}{r} \frac{1}{a} + \frac{1}{4r} - \beta^2 &= 0, \\ \frac{2}{a} = \frac{q}{4}, \quad \frac{1}{a^2} &= \beta^2. \end{aligned}$$

В соответствии с (24) имеем

$$a = 4 \frac{\hbar^2}{m_e e^2} = 4a_0 \left(4 \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{e^2 m_e} \text{ в СИ} \right),$$

т.е. четыре боровских радиуса водорода.

Вероятность нахождения электрона/позитрона в сферическом слое между r и $r + dr$ равна произведению объема этого слоя $4\pi r^2 dr$ и объемной плотности вероятности $|\psi|^2$:

$$p_r dr = 4\pi r^2 |\psi|^2 dr,$$

здесь p_r – радиальная плотность вероятности,

$$p_r = 4\pi C^2 r^2 e^{-2r/(4a_0)}.$$

Нормировка:

$$\begin{aligned}
 \int_0^{\infty} p_r dr &= 4\pi C^2 \int_0^{\infty} r^2 e^{-2r/(4a_0)} dr = 1, \\
 4\pi C^2 \frac{4a_0}{-2} r^2 e^{-2r/(4a_0)} \Big|_0^{\infty} - 4\pi C^2 2 \frac{4a_0}{-2} \int_0^{\infty} r e^{-2r/(4a_0)} dr &= \\
 = -8\pi C^2 a_0 r^2 e^{-2r/(4a_0)} \Big|_0^{\infty} + 16\pi C^2 a_0 \frac{4a_0}{-2} r e^{-2r/(4a_0)} \Big|_0^{\infty} - \\
 -16\pi C^2 a_0 \frac{4a_0}{-2} \int_0^{\infty} e^{-2r/(4a_0)} dr &= -8\pi C^2 a_0 r^2 e^{-2r/(4a_0)} \Big|_0^{\infty} - \\
 -32\pi C^2 a_0^2 r e^{-2r/(4a_0)} \Big|_0^{\infty} + 32\pi C^2 a_0^2 \frac{4a_0}{-2} e^{-2r/(4a_0)} \Big|_0^{\infty} &= \\
 = -64\pi C^2 a_0^3 e^{-2r/(4a_0)} \Big|_0^{\infty} &= 64\pi C^2 a_0^3 = 1,
 \end{aligned}$$

отсюда

$$\begin{aligned}
 C &= \sqrt{\frac{1}{\pi(4a_0)^3}}, \\
 p_r &= \frac{1}{16a_0^3} r^2 e^{-2r/(4a_0)}.
 \end{aligned}$$

Максимум функции p_r находится из условия

$$\begin{aligned}
 \frac{dp_r}{dr} &= \frac{1}{8a_0^3} r e^{-2r/(4a_0)} - \frac{1}{16a_0^3} r^2 e^{-2r/(4a_0)} \frac{2}{4a_0} = 0, \\
 r_1 &= 4a_0.
 \end{aligned} \tag{25}$$

На расстоянии $4a_0$ от центра масс позитрония вероятность нахождения электрона/позитрона максимальна. Это практически вдвое больше, чем принято считать.

Обсуждение

Установлена достаточно распространенная ошибка в частном случае решения задачи двух тел одинаковой массы, совершающих круговое движение вокруг неподвижного центра их масс, состоящая в том, что радиус вращения находят по формуле (12), полученной при условиях (1), (3), (6), и (7), которые для материальных точек одинаковой массы не выполняются. Эта

ошибка приводит к двукратному уменьшению вычисленного радиуса вращения, что является очень большой погрешностью.

В рассматриваемом частном случае методика задачи двух тел является избыточной и с успехом может быть заменена на решение задачи движения одного из тел, движущегося относительно центра масс.

Вычислен радиус кругового движения тел одинаковой массы вокруг неподвижного центра их масс.

Заключение

Установлено, что *расчетный* минимальный радиус позитрония (расстояние от его центра масс, на котором вероятность нахождения электрона/позитрона максимальна) равен четырем, а не двум боровским радиусам водорода, как указано в литературе.

При этом классическое (19) и квантовое (25) решения не противоречат друг другу.

В связи с тем, что полученное значение размера атома позитрония не совпадает с общепринятым, представляется целесообразным экспериментальное подтверждение установленного в работе значения, например путем опытного определения сечения рождения позитрония с оценкой его размера. Для этого, разумеется, потребуются участие высококвалифицированных специалистов-экспериментаторов. Пока представленная работа может считаться дискуссионной, одной из целей которой как раз и может являться привлечение внимания к рассмотренным проблемам специалистов по экспериментальным методам.

Список литературы

1. Гольданский В. И. Физическая химия позитрона и позитрония. М. : Наука, 1968. С. 13.
2. Чуб В. Ф. Формулировка задачи двух тел в параметрах расширенной группы Галилея // Известия Российской академии наук. Механика твердого тела. 2012. № 4. С. 16–20.
3. Ахиезер А. И., Берестецкий В. Б. Квантовая электродинамика. М. : Наука, 1981. С. 306.
4. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М., Питаевский Л. П. Квантовая электродинамика. М. : Физматлит, 2002. С. 388–392.
5. Булярский С. В. Определение активности водорода и углерода при пиролизе углеводородов // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Физико-математические науки. 2010. № 3. С. 136–142.
6. Ольчак А. С. О связи квантовой неопределенности и классических сил // Вестник Национального исследовательского ядерного университета МИФИ. 2021. Т. 10, № 6. С. 505–508. doi: 10.56304/S2304487X21060079
7. Сивухин Д. В. Атомная и ядерная физика. М. : Физматлит, 2002. С. 149–156.
8. Бреховских В. В., Горев В. В. Получение позитронов с использованием пучка электронов // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Физико-математические науки. 2014. № 3. С. 134–144.
9. Попов И. П. Об излучательной способности зарядов // Электронная техника. Серия 1, СВЧ-техника. 2021. № 3 (550). С. 49–53.
10. Павлов В. Д. Теоремы об излучении заряда // Инженерная физика. 2021. № 6. С. 37–40. doi: 10.25791/infizik.6.2021.1213

References

1. Gol'danskiy V.I. *Fizicheskaya khimiya pozitrona i pozitroniya = Physical chemistry of positron and positronium*. Moscow: Nauka, 1968:13. (In Russ.)
2. Chub V.F. Formulation of the two-body problem in the parameters of the extended Galilean group. *Izvestiya Rossiyskoy akademii nauk. Mekhanika tverdogo tela = Proceedings of the Russian Academy of Sciences. Mechanics of solid bodies*. 2012;(4):16–20. (In Russ.)
3. Akhiezer A.I., Berestetskiy V.B. *Kvantovaya elektrodinamika = Quantum electrodynamics*. Moscow: Nauka, 1981:306. (In Russ.)
4. Landau L.D., Lifshits E.M., Pitaevskiy L.P. *Kvantovaya elektrodinamika = Quantum electrodynamics*. Moscow: Fizmatlit, 2002:388–392. (In Russ.)
5. Bulyarskiy S.V. Determination of the activity of hydrogen and carbon during the pyrolysis of hydrocarbons. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Povolzhskiy region. Fiziko-matematicheskie nauki = University proceedings. Volga region. Physical and mathematical sciences*. 2010;(3):136–142. (In Russ.)
6. Ol'chak A.S. On the relationship between quantum uncertainty and classical forces. *Vestnik Natsional'nogo issledovatel'skogo yadernogo universiteta MIFI = Bulletin of the National Research Nuclear University MEPhI*. 2021;10(6):505–508. (In Russ.). doi: 10.56304/S2304487X21060079
7. Sivukhin D.V. *Atomnaya i yadernaya fizika = Atomic and nuclear physics*. Moscow: Fizmatlit, 2002:149–156. (In Russ.)
8. Brekhovskikh V.V., Gorev V.V. Production of positrons using an electron beam. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Povolzhskiy region. Fiziko-matematicheskie nauki = University proceedings. Volga region. Physical and mathematical sciences*. 2014;(3):134–144. (In Russ.)
9. Popov I.P. On the emissivity of charges. *Elektronnaya tekhnika. Seriya 1, SVCh-tehnika = Electronics. Series 1, Microwave technology*. 2021;(3):49–53. (In Russ.)
10. Pavlov V.D. Theorems on charge radiation. *Inzhenernaya fizika = Engineering physics*. 2021;(6):37–40. (In Russ.). doi: 10.25791/infizik.6.2021.1213

Информация об авторах / Information about the authors

Игорь Павлович Попов

кандидат технических наук, доцент
кафедры теоретической,
экспериментальной физики
и компьютерных методов физики,
Курганский государственный
университет (Россия, г. Курган,
ул. Советская, 63/4)

E-mail: uralakademia@kurganstalmost.ru

Igor P. Popov

Candidate of engineering sciences,
associate professor of the sub-department
of theoretical, experimental physics
and computer methods of physics,
Kurgan State University (63/4 Sovetskaya
street, Kurgan, Russia)

Автор заявляет об отсутствии конфликта интересов / The author declares no conflicts of interests.

Поступила в редакцию / Received 25.01.2024

Поступила после рецензирования и доработки / Revised 15.04.2024

Принята к публикации / Accepted 20.08.2024